МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

_____ А.С. Зинченко
(подпись)

«25» февраля 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика; Информатика и VR-технологии

Шуя

1. Цели освоения дисциплины.

Целью освоения учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» является формирование готовности обучающихся к нахождению аналитических выражений для интегральных кривых различных дифференциальных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является обязательной для изучения; относится к обязательной части блока дисциплин Б1, входит в предметно-методический модуль.

Успешное освоение данной дисциплины будет способствовать формированию готовности обучающихся к освоению дисциплин: «Алгебра и теория чисел», «Элементарная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Численные методы», прохождению педагогической и преддипломной практик.

Студент, приступающий к изучению дисциплины, должен:

Знать:

–особенности системного и критического мышления;

–логические формы и процедуры;

–основы современных технологий сбора, обработки и представления информации;

–научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине);

–модели оценки компетенций учителей с использованием единых федеральных оценочных материалов;

–критерии высокого уровня профессиональной компетенции.

Уметь:

– анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения;

– получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников;

– анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации;

– аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации;

– использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;

– читать и представлять статистические данные в различных видах (таблицы, диаграммы, графики);

– осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов.

Владеть:

– навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений;

– навыками определения практических последствий предложенного решения задач;

– технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода.

– способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования информационной среды;

– высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности; научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой

учебной дисциплине).

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Компетенции, формированию которых способствует данная дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения. УК-1.4. Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации. УК-1.5. Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений. УК-1.6. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.7. Определяет практические последствия предложенного решения задачи.

б) общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции

Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний. ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса, научных основ преподаваемых предметов, их истории и места в мировой культуре и науке. ОПК-8.3. Осуществляет мониторинг и отбор программ профессионального и личностного развития.

в) профессиональные компетенции (ПК) и индикаторы их достижения:

Код и наименование профессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ опыта)
Тип задач профессиональной деятельности: педагогический		
ПК-4. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	ПК-4.1. Выделяет и анализирует единицы различных уровней знаковой математической структуры в единстве их содержания, формы и функций. ПК-4.2. Выделяет и анализирует закономерности и явления информатики как науки в их структурном и функциональном единстве с информационно-коммуникационными технологиями. ПК-4.3. Знает и умеет анализировать аксиомы, определения и математические доказательства в единстве с прикладными аспектами использования.	Профессиональный стандарт 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»

3.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

– особенности системного и критического мышления; логические формы и процедуры; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7);

– научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине); модели оценки компетенций учителей с использованием единых федеральных оценочных материалов; критерии высокого уровня профессиональной компетенции (ОПК-8 (индикаторы – 1,2,3);

– различные элементы знаковых систем предметной области «Математика и информатика», их связи и использование в науке и образовании; основные положения и правила математики; теорию и методику проведения математических доказательств (ПК-4 (индикаторы – 1, 2, 3).

Уметь:

– анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения; получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников; анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации; аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации; использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; читать и представлять статистические данные в различных видах (таблицы, диаграммы, графики); осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов; использовать программную поддержку курса и оценивать ее методическую целесообразность (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7);

– совершенствовать свои профессиональные знания и умения на основе постоянного самообразования; учитывать и создавать условия успешного самообразования в процессе учебно-профессиональной деятельности; руководствоваться в профессиональной деятельности научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине); соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития (ОПК-8 (индикаторы – 1,2,3);

– опознавать изученные математические понятия и структуры, определять их характеристики с точки зрения области применения; выявлять в конкретной решенной задаче ошибки и недочеты, определять их природу (ПК-4 (индикаторы – 1, 2, 3).

Владеть:

– навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений; навыками определения практических последствий предложенного решения задач; технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7);

– способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования информационной среды; высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности; научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине); теоретическими и практическими знаниями для постановки и решения исследовательских задач в предметной области и в области образования (ОПК-8 (индикаторы – 1,2,3);

– методикой проведения всех видов математических доказательств и рассуждений (ПК-4 (индикаторы – 1, 2, 3).

4. Объём и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы (81 час.)
Контактная работа 24,33 час.
Самостоятельная работа 55,17 час.

Вид учебных занятий и формы промежуточной аттестации	6 сем.	
	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося
Лекции	10,5	31,5
Практические	12	
Групповые консультации перед экзаменом	1,5	-
Экзамен	0,33	25,17
Всего	24,33	56,67

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и объемом учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и объем (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа обучающегося	
				Лаб.	Пр.		
1.	Уравнения с разделяющимися переменными и однородные дифференциальные уравнения первого порядка.	6	1,5	-	1,5	3	
2.	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	6	1,5	-	1,5	3	
3.	Уравнения в полных дифференциалах.	6	1,5	-	1,5	3	
4.	Уравнения не разрешенные относительно производной	6	1,5	-	1,5	6	Контрольная работа 1
5.	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	6	1,5	-	1,5	3	
6.	Линейные дифференциальные уравнения *n* –го порядка	6	1,5	-	1,5	3	
7.	Метод Эйлера решения систем линейных дифференциальных уравнений	6	1,5	-	1,5	3	
8.	Решение дифференциальных уравнений методом операционного счисления	6		-	1,5	7,5	Контрольная работа 2
ИТОГО			**10,5**	**-**	**12**	**31,5**	**Экзамен**

4.2. Развернутое описание содержания учебного материала по разделам (темам)

1. **Уравнения с разделяющимися переменными и однородные дифференциальные уравнения первого порядка.** Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно первой производной. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Общий вид. Примеры решений. Однородные функции. Свойства однородных функций. Приведение к уравнению с разделяющимися переменными.
2. **Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.** Определение. Общий вид. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Примеры. Метод вариации произвольной постоянной. Дифференциальные уравнения, приводимые к линейным. Уравнение Бернулли.
3. **Уравнения в полных дифференциалах.** Общий вид. Необходимое и достаточное условие идентификации. Интегрирование дифференциальных уравнений в полных дифференциалах. Примеры.
4. **Уравнения неразрешенные относительно производной**. Дифференциальные уравнения первого порядка неразрешенные относительно производной. Уравнения, не содержащие явно искомой функции. Уравнения, не содержащие явно независимой переменной. Общий вид уравнения Лагранжа. Общий вид уравнения Клеро. Метод введения параметра. Примеры решений.
5. **Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.** Уравнения, допускающие понижение порядка. Уравнения, не содержащие явно искомой функции. Уравнения, не содержащие явно независимой переменной. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера. Характеристическое уравнение. Структура общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского. Комплексные корни.
6. **Линейные дифференциальные уравнения порядка *n*.** Линейные однородные дифференциальные уравнения порядка выше второго с постоянными коэффициентами. Определитель Вронского. Уравнения, допускающие понижение порядка. Подстановка Эйлера. Характеристическое уравнение. Общее решение. Примеры решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Методы поиска частных решений уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.
7. **Метод Эйлера решения систем линейных дифференциальных уравнений.** Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Определение. Порядок системы. Задача Коши. Однородные и неоднородные системы. Общее решение системы. Сведение системы уравнений к одному уравнению высшего порядка. Метод Эйлера решения систем линейных однородных дифференциальных уравнений. Характеристическое уравнение. Корни характеристического уравнения. Общее решение в зависимости от корней характеристического уравнения. Метод Эйлера решения систем линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений. Однородная система, соответствующая неоднородной. Частное решение неоднородной системы.

8. **Решение дифференциальных уравнений методом операционного счисления.** Интеграл Лапласа. Преобразование Лапласа. Применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Применение операционного исчисления к решению систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Образовательные технологии, в том числе перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Реализация дисциплины в учебном процессе предусматривает использование следующих образовательных технологий, методов и форм обучения: технология личностно-ориентированного обучения; проблемное обучение; групповая работа.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: мультимедиа технологии (интерактивная доска, мультимедийный проектор);технологии визуализации (электронные таблицы MicrosoftOfficeExcel).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» осуществляется в следующих формах: выполнение практико-ориентированных заданий для самостоятельной работы, конспектирование определенных разделов дисциплины, изучение доказательств некоторых теорем математического анализа. Организация самостоятельной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» направлена на формирование наиболее профессионально значимых компонент формируемых компетенций. Учебный материал для самостоятельной работы предлагается студентам в виде заданий для осуществления целеполагания, сбора необходимой информации, ее анализа с различных точек зрения, выдвижения гипотез и их проверки, формулировки выводов. Содержание заданий разрабатывается на основе применяемых технологий обучения. Основу каждого задания составляет предметная область в рамках содержания учебной дисциплины.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в приложении 1 к настоящей программе. Доступ к методическим материалам осуществляется через сайт Шуйского филиала ИвГУ, в том числе через ЭБС Шуйского филиала ИвГУ на платформе «Руконт».

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Текущий контроль успеваемости по дисциплине «Дифференциальные уравнения» осуществляется в рамках рейтинговой системы оценивания результатов обучения, утвержденной в установленном порядке. Используются две точки текущего контроля (ТК1 и ТК2). На этапе текущего контроля учебных достижений обучающихся не ставится задача определения уровня сформированности компетенций или их основных компонент, закрепленных за учебной дисциплиной, в завершенном виде. При текущем контроле производится оценка учебных достижений обучающихся на промежуточном этапе их формирования средствами учебной дисциплины.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости студентов по дисциплине «Дифференциальные уравнения» имеют универсальный характер по отношению к этапу формирования компетенций, закрепленных за данной учебной дисциплиной. Итоги

промежуточного контроля являются предварительными в системе оценивания уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной.

Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости представляют собой практико-ориентированные задания, каждое из которых имеет свой рейтинговый индекс. Текущий контроль успеваемости проводится в письменной форме. Текущий контроль 1 проводится по материалам фонда оценочных средств и соответствует той части содержания учебной дисциплины, которая осваивалась в период до точки контроля ТК1. Завершающий контроль ТК2 проводится по материалу всего учебного модуля, перед промежуточной аттестацией обучающихся в текущем семестре.

На экзамене, который проводится в шестом семестре, используются оценочные средства, такие как разноуровневые задачи и задания репродуктивного и реконструктивного уровня, разрабатываемые в соответствии с правилами рейтинговой системы оценивания результатов обучения, включающие в себя как задания теоретического характера, так и практические задания. Каждое задание имеет свой рейтинговый индекс. Сумма баллов, которую может набрать обучающийся на экзамене составляет 30 баллов. Экзамен проводится в устной и письменной форме и учитывает рейтинговые баллы текущего контроля и выполнения заданий самостоятельной работы в текущем семестре.

Задачи и задания репродуктивного уровня	до 10 баллов
Задачи и задания реконструктивного уровня	до 20 баллов

Распределение семестровых рейтинговых баллов обучающихся осуществляется в соответствии со следующей таблицей:

Посещаемость учебных занятий	до 10 баллов
Активность на учебных занятиях	до 30 баллов
Текущий контроль 1	до 25 баллов
Текущий контроль 2	до 25 баллов
Выполнение заданий самостоятельной работы	до 10 баллов

Типовые задачи для промежуточного контроля входят в состав фонда оценочных средств по дисциплине и представлены в приложении 2 к рабочей программе.

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
зачтено	зачтено	зачтено	не зачтено
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебная и учебно-методическая литература:

– ***основная литература:***

1. Ельцов, А. А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. А. Ельцов, Т. А. Ельцова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2013. – 197 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480606

2. Треногин, В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В. А. Треногин. – Москва :Физматлит, 2009. – 312 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614

– ***дополнительная литература:***

1. Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибиков. - Москва : Высшая школа, 1991. - 302 с.
2. Босс, В. Лекции по математике. Дифференциальные уравнения / В. Босс. - Москва : Едиториал УРСС, 2004. - 208 с.
3. Бугров, Я. С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 3-е изд. ; испр. - Москва : Наука, 1989. - 464 с
4. Дифференциальные уравнения : учебник / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – 4-е изд. – Москва : Физматлит, 2002. – 252 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012
5. Литвин, Д. Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / Д. Б. Литвин, С. В. Мелешко, И. И. Мамаев ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2017. – 76 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=484995
6. Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям : учебное пособие / Н. М. Матвеев. - 7-е изд. ; доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2002. - 432 с.
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие для математических направлений и специальностей / М. П. Григорьев [и др.]. - 2-е изд. - Москва : Вузовская книга, 2008. - 248 с.
8. Просветов, Г. И. Дифференциальные уравнения: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - Москва : Альфа-Пресс, 2011. - 88 с.
9. Рыбаков, К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Практический курс : учебное пособие / К. А. Рыбаков, А. С. Якимова, А. В. Пантелеев. – Москва : Логос, 2010. – 384 с.
10. Самойленко, А. М. Дифференциальные уравнения : практический курс : учебное пособие / А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. - 3-е изд. ; перераб. - Москва : Высшая школа, 2006. - 384 с.
11. Эльсгольц, Л. Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / Л. Э. Эльсгольц. - Санкт-Петербург : Лань, 2002. - 224 с.

Интернет-ресурсы:

1. https://resh.edu.ru/Портал Российская электронная школа

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»; (указать обязательно)
2. Коллекция Шуйского филиала ИвГУ на национальном цифровом ресурсе «Руконт».

Программное обеспечение:

В процессе изучения дисциплины используются офисные пакеты Microsoft Office, OpenOffice, программа для просмотра и чтения файлов PDF Adobe Acrobat Reader DC, программа для воспроизведения флэш-анимации в браузерах Adobe Flash Player, вэб-обозреватели Google Chrome, Opera, Антивирус Касперского, 1С университет.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории.

2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения

4. Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

5. Помещение для самостоятельной работы, оснащенное специализированной мебелью, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

6. Учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные презентации, доступ к графическим средствам построения графиков функций в различных системах координат.

Автор рабочей программы дисциплины: А.С. Кашицын, профессор кафедры математики, информатики и методики обучения, доктор физико-математических наук, доцент.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математики, информатики и методики обучения «19» февраля 2025 г., протокол № 8.

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Приложение 1.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» обучающимся необходимо изучить теоретический материал в соответствии с разделами тематического плана дисциплины и списком учебной литературы, а также выполнить необходимый объем практических заданий для самостоятельной работы, отвечающий за формирование основных компонент профессиональных компетенций в соответствии с содержанием учебной дисциплины, соотнесенным с видами и объемом учебных занятий. Содержание заданий для самостоятельной работы обучающихся является вариативной частью программы и может изменяться. Далее приводятся примерные задания для работы обучающихся по разделам тематического плана изучения дисциплины.

Примерные задания для практической работы
Занятие № 1. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные дифференциальные уравнения первого порядка

1. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y' = 3\left(x^2 + 1\right)$, если $y(0)=0$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $\sin(x)dx + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$
3. Найти общее решение уравнения $xy' + y = y^2$.
4. Найти область определения и установить какие из приведенных функций являются однородными (какого измерения (порядка)): $f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + xy}$; $f(x,y) = x^3 - 3x^2y + y$

   $f(x,y) = \frac{x^2}{y} + y^2 \ln\frac{x}{y}$; $f(x,y) = e^{x-y} + 1$.
5. Найти частное решение уравнения $y' = \frac{x + 2y}{x}$, $y(1) = 1$
6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x}\left(\ln\left(\frac{y}{x}\right) + 1\right)$
7. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $xdy - \left(y + \sqrt{x^2 + y^2}\right)dx = 0$.

Задания для самостоятельной работы

1. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $xyy' = 1 - x^2$, если $y(1)=1$.
2. Найти и построить графически интегральную кривую дифференциального уравнения $\left(x^2 + 4\right)y' - 2xy = 0$, если $y(1)=5$.
3. Найти общее решение уравнений: $\cos(x)dx + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$; $y' + \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) = \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$
4. Найти частное решение уравнения $y'tg(x) - y = 1$, $y(\pi/2)=1$.
5. Найти уравнение кривой $y=f(x)$, обладающую свойством, что отрезок любой касательной

к этой кривой, заключенный между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат.

6. Найти общий интеграл уравнения $(xy^2 + x)dx + (y - x^2 y)dy = 0$.
7. Найти уравнение кривой $y=f(x)$, обладающую тем свойством, что отрезок любой ее касательной, заключенный между осями координат, делится пополам в точке касания. Найти уравнение такой кривой, проходящей через точку с координатами (2,3).
8. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $(y^4 - 2x^3 y)dx + (x^4 - 2xy^3)dy = 0$.
9. Найти общий интеграл уравнений:

1	$2xyy' = y^2 - 4x^2$	3	$(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$	5	$3y - 7x + 7 = (3x - 7y - 3)y'$
2	$2x^2 y' - 4xy = y^2$	4	$(x^2 + y^2)dx - yxxd = 0$	6.	$2y - 5x + 3 = (2x - 5y - 3)y'$

Занятие № 2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

1. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' + y = 2x$
2. Показать, что подстановка $y = u(x) \cdot \upsilon(x)$ приводит к решению любого линейного дифференциального уравнения.
3. Найти общий интеграл уравнения $xy' - y = x^3$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - 2xy = (x+1) \cdot e^x$
5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' + xy = x^3 y^3$
6. Найти общий интеграл уравнений:

1.	$y' + y - 4x^2 = 0$	2.	$y' + \frac{x}{1-x^2} y = 1$	3.	$xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}$
4.	$y' + y = x + 2$	5.	$xy' - y - x^2 = 0$	6.	$xy' + 3y = x\sqrt{y}$

Занятие № 3. Уравнения в полных дифференциалах

Найти общий интеграл уравнений:

1. $2xydx + x^2 dy = 0$;
2. $(x^3 + y)dx + (x - y)dy = 0$;
3. $(y^3 - 2xy)dx + (3xy^2 - x^2)dy = 0$;
4. $x(x + 2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$;
5. $(xy^2 - y^3)dx + (1 - xy^2)dy = 0$;
6. $xy^2 dx + yx^2 dy = 0$;
7. $(x^2 + 2xy + 1)dx + (x^2 + y^2 - 1)dy = 0$;
8. $(\cos(x) + x\cos(y) + e^y)dy + (\sin(y) - y\sin(x))dx = 0$;
9. $(y^2 - 2x - 2)dx + 2ydy = 0$;

Занятие № 4. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной

1. Найти общий интеграл уравнения $(y')^2 - 2y'x = 0$;

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $x = y' + e^{y'}$;
3. Найти все решения дифференциального уравнения $y = y' + \ln y'$;
4. Найти все решения дифференциального уравнения $y = 2xy' + 3(y')^2$;
5. Найти все решения дифференциального уравнения $y = xy' + (y')^2$;
6. Построить интегральные кривые уравнения $(y')^2 - y'x = 0$, проходящие через точку (1, 1).
7. Найти все решения дифференциального уравнения $x = y' + \ln y'$;
8. Найти все решения дифференциального уравнения $y = y'e^{y'}$;
9. Найти все решения дифференциального уравнения $2y - 4xy' - \ln y' = 0$;

Занятие № 5. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

1. Найти решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 2y = 5e^x$, удовлетворяющее условиям $y(0) = 0;\ y'(0) = 0$
2. Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - y' - 2y = e^{2x}$
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 2x^2 - 4x - 17$
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 2\sin(2x) + 3\cos(2x)$;
6. Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 2y = 6e^{2x}$;
7. Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 5y = \dfrac{e^{2x}}{\cos x}$;
8. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^{2x}}{x^2}$, если $y(0) = 1;\ y'(0) = 0$;
9. Найти частное решение уравнения $y'' - 2y' + y = \dfrac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}$, удовлетворяющее следующим начальным условиям $y(0) = 0;\ y'(0) = 0$;
10. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = ctg(2x)$.

Занятие № 6. Линейные дифференциальные уравнения *n* –го порядка

1. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 2y'' - y' + 2y = 0$.
2. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 7y'' + 15y' - 9y = 0$.
3. Найти общее решение уравнения $y^{(4)} - 16y = 0$.
4. Найти общее решение уравнения $y^{(4)} - 4y''' + 8y'' - 8y' + 4y = 0$.

5. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - y'' - 4y' + 4y = 0$.
6. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - y^{//} - 4y^{/} + 4y = 0$.
7. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 3y^{/} - 2y = 0$.

1. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} + y = e^{2x}\left(x^2 + x + 1\right)$.
2. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} + y^{/} = x^4$.
3. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 3y^{//} + 3y^{/} - y = 2e^{x}$.
4. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} + y^{/} - y = tg\left(x\right)$.
5. Найти общее решение уравнения $y^{(5)} - y^{//} = x$.
6. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - y^{//} + y^{/} == e^{2x}\left(x+1\right)$.
7. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 7y^{/} + 6y = x^2$.
8. Найти общее решение уравнения $y^{(4)} - 8y^{(3)} + 23y^{//} - 28y^{/} + 12y = x$.
9. Найти общее решение уравнения $y^{(3)} - 3y^{//} + y^{/} - 3y = \sin x$.

Занятие № 7. Метод Эйлера решения систем линейных дифференциальных уравнений

1. Методом Эйлера найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1^{/} = -y_1 - 2y_2 \\ y_2^{/} = 3y_1 + 4y_2 \end{cases}$$

удовлетворяющее начальным условиям $y_1(0)$=-1, $y_2(0)$=2.

2. Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1^{/} = 5y_1 + 4y_2 \\ y_2^{/} = 4y_1 + 5y_2 \end{cases},$$

удовлетворяющее условиям: $y_1\left(0\right) = 2;\ y_2\left(0\right) = 0$

3. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1^{/} = 5y_1 - 3y_2 + 2e^{3x} \\ y_2^{/} = y_1 + y_2 + 5e^{-x} \end{cases}$$

4. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1^{/} = y_2 \\ y_2^{/} = y_3 \\ y_3^{/} = y_1 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1^{/} = y_1 + y_3 - y_2 \\ y_2^{/} = y_1 + y_2 - y_3 \\ y_3^{/} = 2y_1 - y_2 \end{cases}$$

6. Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1' = -2y_2 \\ y_2' = 2y_1 \end{cases}$$

удовлетворяющее условиям: $y_1(0)=2;\ y_2(0)=1$

7. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 - 4y_2 + e^{-2x} \\ y_2' = y_1 - 2y_2 - 3e^{-2x} \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 + y_3 \\ y_2' = y_1 + y_2 + y_3 \\ y_3' = 4y_1 - y_2 + y_3 \end{cases}$$

Занятие № 8. Решение дифференциальных уравнений методом операционного счисления

1. С помощью преобразования Лапласа найти изображение функции $f(t)=\cos(t)$.
2. Методом операционного счисления найти решения задачи Коши:
3. $x''-5x'+4x=4 \quad x(0)=0;\ x'(0)=2$
4. $x''+4x'+4x=8e^{-2t} \quad x(0)=1;\ x'(0)=1$.
5. $x''+4x=4(2t+1)e^{2t} \quad x(0)=4;\ x'(0)=-1$.

Методом операционного счисления найти решения задачи Коши:

1. $x''+x'-2x=-5\cos(t)+5\sin(t) \quad x(0)=6;\ x'(0)=0$
2. $x''-9x=12te^{-3t} \quad x(0)=0;\ x'(0)=\frac{2}{3}$
3. $x''+2x'+x=12te^{-t} \quad x(0)=-3;\ x'(0)=7$
4. $x''-4x'+13x=9te^{2t} \quad x(0)=3;\ x'(0)=13$